liczba, cyfra

Nowa podstawa Programowa Kształcenia Ogólnego

Podstawa programowa to zapis tego, czego państwo polskie zobowiązuje się nauczyć przeciętnie uzdolnionego ucznia.

Nowa podstawa określa to, co uczeń powinien umieć.

Podstawa nie opisuje tego, co ma być przerabiane na lekcjach, lecz to, czego uczeń ma być nauczony, a ściślej: czego będzie się od niego wymagać

Nowa Podstawa Programowa

Do najważniejszych umiejętności zdobywanych przez ucznia w trakcie kształcenia ogólnego w szkole podstawowej należy m.in..:

Myślenie matematyczne – umiejętność korzystania z podstawowych narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz prowadzenie elementarnych rozumowań matematycznych.

Podstawa dla edukacji początkowej określa minimalną wiedzę i minimalne umiejętności, jakie powinien posiadać uczeń promowany z klasy III do IV.

- Ogólnym założeniem jest to, że nauczyciel ma prawo uczyć więcej, niż jest zapisane w podstawie, ale nie kosztem tego, czego się będzie wymagać.
- Podstawa nie określa metod, form organizacji procesu dydaktycznego

- Jeśli nauczyciel uważa, że jakiś temat jest ważny i jego uczniowie są w stanie to opanować oprócz tego, co jest wymagane, to może włączyć ten temat do swego programu pomimo, że nie ma go w podstawie.
- Nauczyciel może skorzystać z programu, dokonać modyfikacji lub opracować własny, nie może jednak podczas takich działań pominąć podstawy programowej.

Wymagania szczegółowe

Ogólnikowe hasło często prowadzi do zawyżania wymagań.

Wymagania w nowej podstawie są sformułowane tak dokładnie, jak to się dało zrobić. (Z.Semadeni)

Wymagania szczegółowe podstawy programowej

Precyzyjne określenie treści ma zdaniem Zbigniewa Semadeniego

- chronić ucznia przed interpretacją zawyżającą wymagania,
- próbować ograniczać tendencję do zbyt trudnych podręczników.

Specjalnie opracowane zostały osobne wymagania po I klasie, aby chronić dzieci przed zawyżonymi wymaganiami.

Nowe wymagania po I klasie są zbliżone do tych, które dotąd były w ostatnim roku przedszkola lub klasy zerowej, ale są tak opracowane, aby uniknąć m.in.. powtórzeń.

Zmiana z klasy III do IV – wymagania zgodne z naturalnym rozwojem dziecka

- Zapis cyfrowy do 10000
- Algorytmy dodawania i odejmowania pisemnego
- Mnożenie i dzielenie liczb wielocyfrowych przez jednocyfrowe
- Dzielenie z resztą
- Reguły kolejności wykonywania działań
- Porównywanie ilorazowe
- Ułamki
- Kilometr jako 1000 metrów
- Odcinki równoległe i prostopadłe
- Obliczenia zegarowe z minutami

Korzystne cechy działalności matematycznej

Ukształtowane pojęcie liczby naturalnej, czterech działań

Dobra technika rachunkowa

Umiejętność zastosowania właściwości działań w rozwiązywaniu zadań

Operowanie jednostkami miar

Ukształtowane pojęcie zbioru i działania na zbiorach

Umiejętność schematyzowania konkretnych sytuacji zadaniowych

Stosowanie metod matematycznych w rozwiązywaniu zadań tekstowych

Umiejętność korzystania z pomocy, przyjemność w rozwiązywaniu zadań

Odpowiedni zakres operacyjnej dojrzałości (stałość)

Dziecięce liczenie

- Znaczenie rytmu,
- gestu wskazywania
- Liczenie obiektów , odróżnianie prawidłowego od błędnego

Stałości

- Liczebności
- Długości
- Masy
- Objętości

Zadania

Zadanie 1

Napisz dowolną liczbę dwucyfrową, której cyfry są różne

Zadanie 2

Używając cyfr 1,3,5 napisz możliwie najmniejszą oraz największą liczbę

Zadania

Zadanie 3

W pewnej liczbie dwucyfrowej cyfra dziesiątek jest pięć razy większa od cyfry jedności, jaka to liczba?

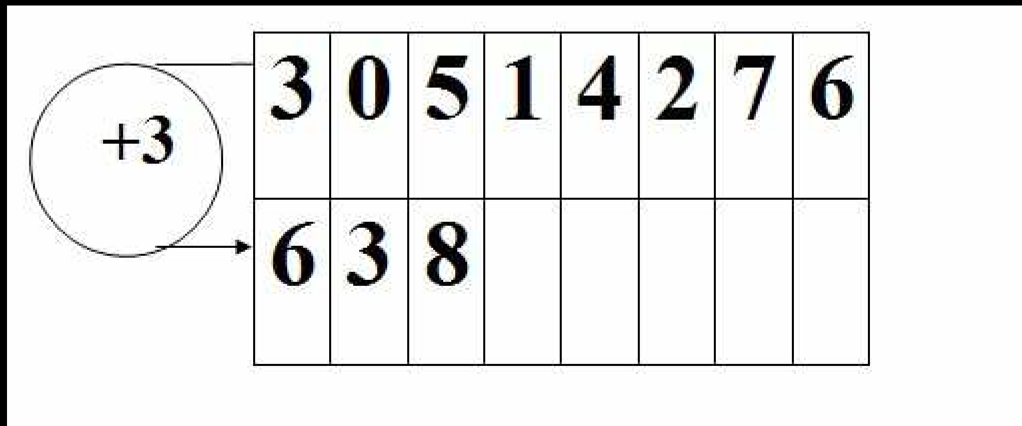
Zadanie 4

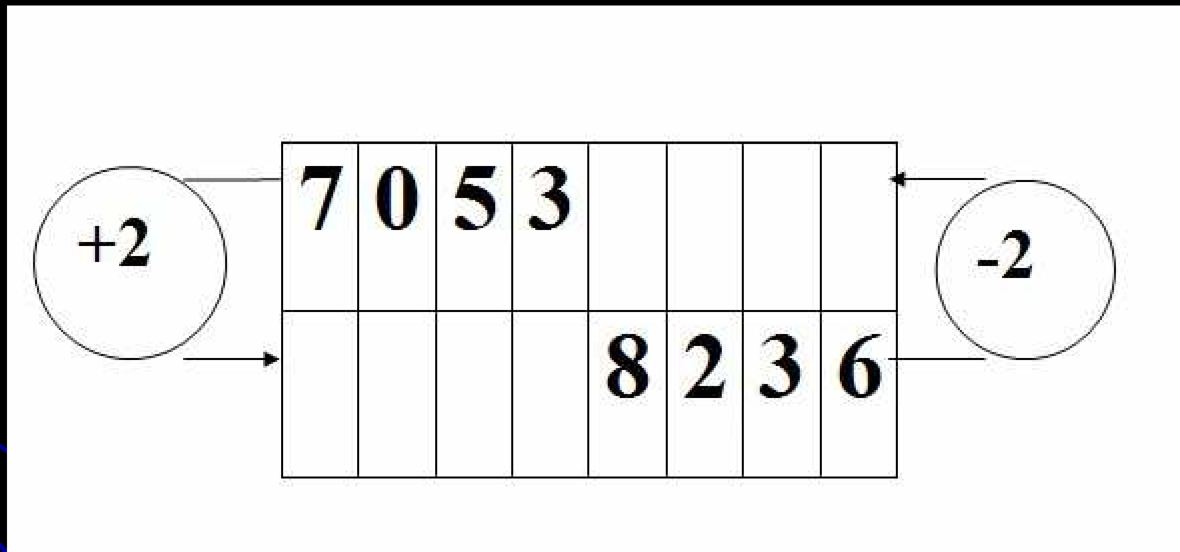
Pomyślałam liczbę dwucyfrową, dodałam do niej 2 i otrzymałam liczbę trzycyfrową. Jaką liczbę pomyślałam?

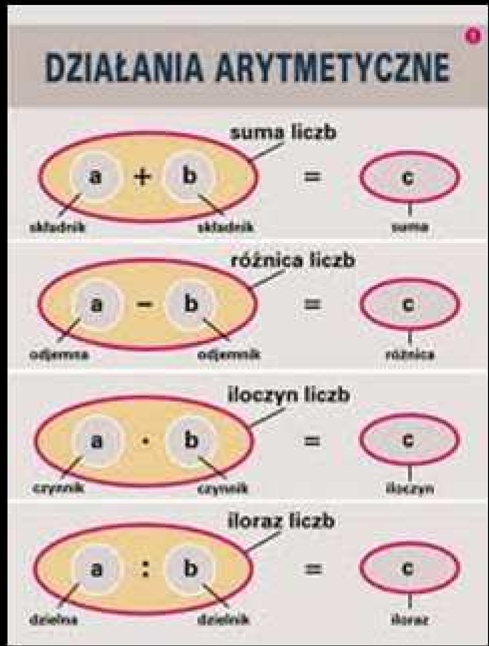
Zadania

- Zadanie 5
- Ogrodnik ponumerował kolejnymi liczbami 20 skrzynek z warzywami. Ilu cyfr (znaków) musiał do tego użyć?
- Zadanie 6
- W wieżowcu były 44 mieszkania. Ilu jedynek użyto do ich ponumerowania?

Funkcja w kl.1-3




+2
7 0 5 3
-2
8 2 3 6


DZIAŁANIA ARYTMETYCZNE
suma liczb
a + b = c
składnik
składnik
suma
różnica liczb
a − b = c
odjemna
odjemnik
różnica
iloczyn liczb
a · b = c
czynnik
czynnik
iloczyn
iloraz liczb
a : b = c
dzielna
dzielnik
iloraz

Działania

- Dodawanie a + b =c
- Odejmowanie a -b = c
- Mnożenia a x b = c
- Dzielenie a : b = c

Dodawanie

W zbiorze N

Własności :

a) Przemienność a+b=b+a

b) Łączność (a+b)+c=a+(b+c)

c) Element neutralny 0

Odejmowanie

- Aspekty :

a) Ubywania : Na parkingu stało 10 samochodów, po chwili odjechały 3 . Ile zostało?

b) Dopełniania : Na parkingu stało 10 samochodów, po chwili kilka z nich odjechało i zostało 7. Ile samochodów odjechało?

Mnożenie

- Własności :

a) Przemienność

b) Łączność element neutralny 1

c) Mnożenie przez 0 wynik 0

d) Rozdzielność mnożenia względem dodawania
(a+b)*c = a*c + b*c

e) Rozdzielność mnożenia względem odejmowania
(a-b)*c = a*c - b*c

dzielenie

- Rozdzielność dzielenia względem dodawania i odejmowania
  $a:(b+c) = a:b + a:c$
  $a:(b-c) = a:b - a:c$
- Element neutralny 1
- Dzielenie przez 0 niewykonalne

Dzielenie aspekty

A) Mieszczenia (po kilka) : Ola miała 20 kredek. Włożyła je do pudełek, tak, że w każdym z nich było po 5. Do ilu pudełek Ola włożyła kredki?

B) Podziału (na równe części) : Ola miała 20 kredek, które włożyła do 4 pudełek, tak , że w każdym z nich było po tyle samo. Ile kredek jest w każdym pudełku?

- **Dodawanie:** składnik + składnik = suma
  Odejmowanie: odjemna - odjemnik = różnica
  Mnożenie: czynnik * czynnik = iloczyn
  Dzielenie: dzielna : dzielnik = iloraz

Ilustracje graficzne

- Tabelki funkcyjne
- Grafy
- Drzewka
- Oś liczbowa
- „kwieciste pomysły”

Porównywanie różnicowe

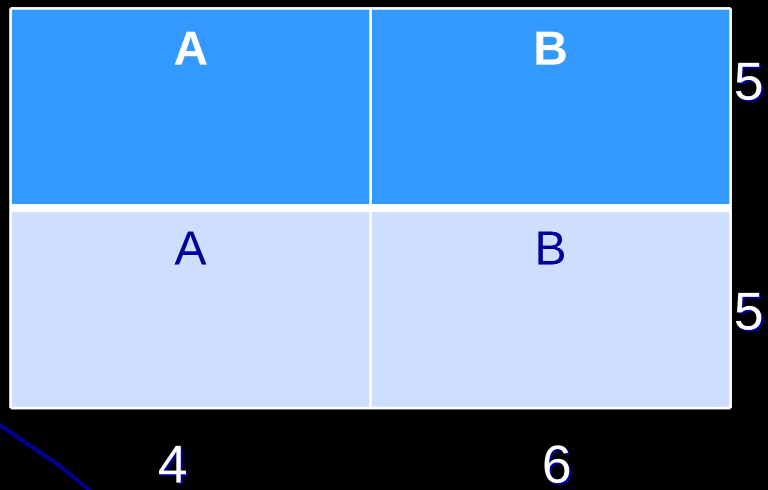
- O ile więcej?
- O ile mniej?
- O tyle więcej
- O tyle mniej

Porównywanie ilorazowe

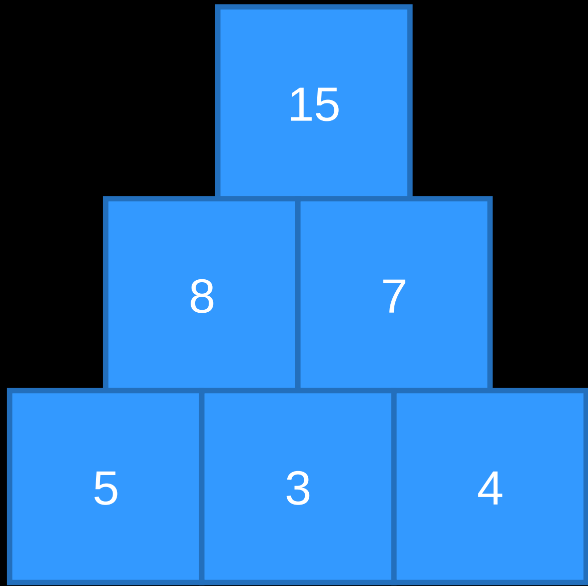
- Ile razy więcej?
- Ile razy mniej?
- Tyle razy więcej
- Tyle razy mniej

Zadania tekstowe

- Zadanie1 : zamiast liczb litery:



- Piramidy



$\boxed{2}\,\boxed{} + \boxed{}\,\boxed{4} = 38$

Liczby w kolorach

Dziecięce liczenie

Stadia rozwojowe- poziomy

Przedoperacyjne (wzrokowy)

Reprezentacja :

a) enaktywna – manipulowanie przedmiotami
b) Ikoniczna – czynności na schematach, rysunkach
c) Symboliczna – nazywanie przedmiotów, słowa, kody

Operacji konkretnych (opisowy)

Operacji formalnych (logiczny)

Operacji konkretnych (opisowy)

a) Enaktywna – działania na klasach, porównywanie własności
b) Ikoniczna – ustalenie relacji, odpowiedniości między własnościami obiektu rzeczywistego i schematycznego
c) Symboliczna – opis w języku werbalnym cech istotnych pojęcia

Operacji formalnych (logiczny)

a) enaktywna – operatywne wykorzystanie opisów definicyjnych, wniosków, uogólnień

b) ikoniczna – obrazowe, schematyczne przedstawienie związków pomiędzy definicjami

c) symboliczna – konstruowanie formalnych definicji

Cele – podstawa

- 1. wspomaganie dzieci w rozwijaniu uzdolnień oraz kształtowanie czynności intelektualnych potrzebnych im w codziennych sytuacjach i w dalszej edukacji,
- 2. budowanie systemu wartości, w tym wychowywanie dzieci tak, żeby lepiej orientowały się w tym, co jest dobre, a co złe,

- 3.kształtowanie u dzieci odporności emocjonalnej koniecznej do racjonalnego radzenia sobie w nowych i trudnych sytuacjach, w tym także do łagodnego znoszenia stresów i porażek,
- 4.rozwijanie umiejętności społecznych dzieci, które są niezbędne w poprawnych relacjach z dziećmi i dorosłymi,
- 5. stwarzanie warunków sprzyjających wspólnej i zgodnej zabawie oraz nauce dzieci o zróżnicowanych możliwościach fizycznych i intelektualnych,

Treści – obszar 4

1) przewiduje, w miarę swoich możliwości, jakie będą skutki czynności manipulacyjnych na przedmiotach (wnioskowanie o wprowadzanych i obserwowanych zmianach);
2) grupuje obiekty w sensowny sposób (klasyfikuje) i formułuje uogólnienia typu: to do tego pasuje, te obiekty są podobne, a te są inne;
3) stara się łączyć przyczynę ze skutkiem i próbuje przewidywać, co się może zdarzyć.

Treści – obszar 13

1) liczy obiekty i rozróżnia błędne liczenie od poprawnego;
2) wyznacza wynik dodawania i odejmowania, pomagając sobie liczeniem na palcach lub na innych zbiorach zastępczych;
3) ustala równoliczność dwóch zbiorów, a także posługuje się liczebnikami porządkowymi;
4) rozróżnia stronę lewą i prawą, określa kierunki i ustala położenie obiektów w stosunku do własnej osoby, a także w odniesieniu do innych obiektów;
5) wie, na czym polega pomiar długości, i zna proste sposoby mierzenia: krokami, stopa za stopą;
6) zna stałe następstwo dni i nocy, pór roku, dni tygodnia, miesięcy w roku.

Jeśli nauczyciel uważa, że jakiś temat jest ważny i jego uczniowie są w stanie to opanować oprócz tego, co jest wymagane, to może włączyć ten temat do swego programu pomimo, że nie ma go w podstawie.

Nauczyciel może skorzystać z programu, dokonać modyfikacji lub opracować własny, nie może jednak podczas takich działań pominąć podstawy programowej.

Wymagania szczegółowe

Ogólnikowe hasło często prowadzi do zawyżania wymagań.

Wymagania w nowej podstawie są sformułowane tak dokładnie, jak to się dało zrobić. (Z.Semadeni)

Wymagania szczegółowe podstawy programowej

Precyzyjne określenie treści ma zdaniem Zbigniewa Semadeniego

- chronić przed interpretacją zawyżającą wymagania,
- próbować ograniczać tendencję do zbyt trudnych podręczników.

Specjalnie opracowane zostały osobne wymagania przed I klasie, aby chronić dzieci przed zawyżonymi wymaganiami.

Nowe wymagania po I klasie są zbliżone do tych, które dotąd były w ostatnim roku przedszkola lub klasy zerowej, ale są tak opracowane, aby uniknąć m.in.. powtórzeń.

Korzystne cechy działalności matematycznej

Ukształtowane pojęcie liczby naturalnej

Ukształtowane pojęcie zbioru i działania na zbiorach

Umiejętność korzystania z pomocy, przyjemność w rozwiązywaniu zadań

Odpowiedni zakres operacyjnej dojrzałości (stałość)

Niekorzystne cechy działalności matematycznej

- Dziecko :

Nie rozumie matematycznego sensu zadań

Ma trudności ze wskazaniem zależności w zadaniu

Nie potrafi opisać zależności słowami

Nie stosuje nawet prymitywnych sposobów rozwiązywania

Posługuje się tylko wyćwiczonym schematem

Reaguje obronnie, frustracyjnie na zadania

Luki w systemie wiadomości i umiejętności

Liczy tylko na konkretach

Potrafi dodawać tylko do…

Nie rozumie układu pozycyjnego

Nie zna właściwości działań

Nie posługuje się miarami

Nie zna pojęć geometrycznych

Zaburzenia w organizacji zachowania się

- Ma trudności w kierowaniu swym zachowaniem się
- Postawa lękowa
- Mała odporność na sytuacje trudne
- Nie panuje nad reakcjami mimicznymi
- Demonstruje bezradność, płaczliwość

Edukacyjne wyzwanie dla społeczności poza(szkolnej)?

- Jakie warunki ma spełniać szkoła aby przyjąć 6-latka?
- Jakie metody ma wykorzystać nauczyciel? (na każdym etapie edukacyjnym, szczególnie klasy 1-3, 4)
- Kto organizuje , buduje przestrzeń edukacyjną, psychologiczną, pedagogiczną?

Wieża ? Szczyt ?...?

MATURA

Szkoła ponadgimnazjalna

Gimnazjum

Klasa 4-6

Klasa2-3

6-latek

Przedszkole

Dziecięce liczenie

- Znaczenie rytmu,
- gestu wskazywania
- Liczenie obiektów , odróżnianie prawidłowego od błędnego
- Liczenie to również ustalanie wyników dodawania i odejmowania

Zadania badawcze

1. Funkcjonowanie ucznia w szkolnych formach działalności matematycznej

(różne sytuacje : podczas samodzielnej/grupowej pracy , przy tablicy, powtarzalność)

2. Poziom wiadomości i umiejętności ucznia

(metoda „ cofania się” do etapu, w którym uczeń wykona zadania na poziomie dostatecznym)

3.Poziom rozwoju procesów psychicznych zaangażowanych w uczenie się matematyki

Pytania :

- Jaki jest poziom czynności nadawczych/odbiorczych/wykonawczych?
- Jaki jest poziom rozwoju umysłowego ?
- Jak uczeń zachowuje się w sytuacji trudnej?

4. Efekty edukacji matematycznej (szczególnie poprzedniego etapu edukacyjnego)

Pytania :

- Czy dziecko odróżnia liczenie błędne od poprawnego?
- Na jakim poziomie dziecko opanowało czynność dodawania/odejmowania?
- Czy i w jaki sposób dziecko ustala relacje większości/mniejszości?

5. Geneza stwierdzonych nieprawidłowości

- Psychologiczny życiorys ucznia
- Analiza warunków środowiskowych, w których dziecko żyje

Zadania badawcze - autorzy

- E.Gruszczyk –Kolczyńska
- H.Moroz
- Z.Skorny
- M.Łobocki
- M.Wołoszynowa
- M.Karwowska-Struczyk
- W.Hajnicz

Trudności w rozwiązywaniu zadań tekstowych

Rodzaje zadań tekstowych

- Prawidłowo skonstruowane -
  a) proste
  b) złożone
- Wadliwie skonstruowane – z nadmiarem danych, z niedomiarem danych, z brakiem danych, z pytaniem sprzecznym z warunkami zadania, niezgodne z sytuacją życiową

Rodzaje zadań tekstowych

- Fabuła statyczna - brak podpowiedzi operacji, które należy wykonać: Koło szkoły rośnie 7 topoli i 3 lipy. Ile drzew rośnie koło szkoły?
- Fabuła dynamiczna – czynności opisane podpowiadają jakie działanie , operacje należy wykonać : mama zerwała 8 tulipanów i 3 żonkile i włożyła do wazonu. Ile kwiatów mama włożyła do wazonu?

Rodzaje zadań

- Różny poziom abstrakcji :

a) O treści konkretnej
b) O treści abstrakcyjnej : piechur idzie z prędkością 5 km na godz., rowerzysta jedzie 3 razy szybciej….
c) O treści abstrakcyjno-symbolicznej : suma dwóch liczb wynosi 15, jedna jest o 5 większa od drugiej….

Rodzaje zadań

- Sposób wyrażania danych:

a) Z jawnymi danymi

b) Z ukrytymi danymi : Wieczorem w zagrodzie było kilkanaście owiec, w nocy 6 z nich uciekło i rano w zagrodzie zostało 7. Ile owiec było w zagrodzie wieczorem? - konieczność zmiany kolejności danych

c) Z półjawnymi danymi

Rodzaje zadań

- Modyfikacje struktury :

a) Zamknięte
b) Otwarte
c) Półotwarte
d) Półzamkniete

Rodzaje zadań

- Standardowe (proste, złożone) :

1. Wystarczająca liczba danych do otrzymania jednoznacznego wyniku
2. Nie ma zbędnych danych
3. Treść zadania nie prowadzi do sprzeczności
4. Pytania pozostają w ścisłym związku z danymi
5. Sens życiowy
6. Warunki precyzyjne
7. Zadanie poddaje się matematyzacji arytmetycznej

- Niestandardowe - nie jest spełniony choć jeden warunek z w/w

Tematyka zadań tekstowych

- Dotycząca sytuacji życiowych
- Doświadczeń
- „fantazjowania”

Rozwiązywanie zadań tekstowych

- Metoda syntetyczna
- Metoda analityczna
- Metoda analityczno-syntetyczna
- Metoda kruszenia zadania
- Metoda czynnościowa
- Inscenizowanie zadania
- Schemat konatywny
- Schemat heurystyczny

Metoda syntetyczna

Schemat rozwiązywania zadania złożonego

Mając dane	Można obliczyć	Odp.
Wpisać dane	postawić pytanie	udzielić odp

Przykład rozwiązania zadania metodą syntetyczną

Ile seansów porannych wyświetli kino„Bajka”
w przeciągu tygodnia, jeżeli każdego dnia
po południu są 4 seanse, a rano o 2 mniej?

Analiza treści : o czym jest zadanie?, co wiadomo z zadania?, co trzeba obliczyć ? Zapiszcie dane np. na drzewku

Rozwiązanie

Pytania :

1. Co już możesz obliczyć, mając te dane (4,2,7)? – można obliczyć ile było seansów każdego dnia
2. Jak to obliczyć? - 4 – 2 = 2
3. Co możesz teraz obliczyć mając dane oraz wynik ostatniego obliczenia? – można obliczyć ile było seansów porannych w ciągu tygodnia
4. Jak to obliczyć ? 7x 2=14
5. Co otrzymaliśmy w ten sposób, czym jest ta liczba 14? – odp na pytanie w zadaniu

Metoda analityczna

Schemat rozwiązania zadania

Pytanie w zadaniu – dobór danych – pytanie o potrzebne działanie

Przykład rozwiązania metodą analityczną (analit.-syntetyczną)

I etap – tworzenie planu rozwiązania

Pytania : co mamy obliczyć? – ile seansów porannych wyświetla kino w ciągu tygodnia?

Co musimy wiedzieć, aby odpowiedzieć na to pytanie? – ile jest seansów porannych każdego dnia i ile jest dni w tygodniu - dwie dane

Jak obliczymy ile jest seansów porannych w ciągu tygodnia, jeśli będziemy mieć te dwie dane? – pomnożymy te wielkości

Które z potrzebnych danych znamy? – ile jest dni w tygodniu

Której z danych nie znamy ? – ile było seansów porannych każdego dnia

Co musielibyśmy wiedzieć, aby obliczyć ile było seansów porannych każdego dnia – ile było popołudniowych i o ile mnie porannych (dwie dane)

Jak obliczymy ile było porannych seansów każdego dnia? - od liczby seansów popołudniowych odejmiemy 2

Czy mamy wszystkie dane?

II etap – rozwiązywanie zadania (synteza)

Np. rozwiążcie zadanie , wpisując do okienek drzewka odpowiednie liczby

Jakie było pytanie ? ……

Jaka będzie odpowiedź?....

Zapiszcie obliczenia : (4-2)x7=14

Porównanie metod

Analityczna

- Zaczyna się od głównego pytania w zadaniu
- Układa się najpierw plan rozwiązania całego zadania
- Mniejsza możliwość pomyłek
- Logiczna, trudniejsza, wymaga koncentracji

Porównanie metod

Syntetyczna :

- Zaczyna się od wyboru pary danych z warunków zadania
- Kolejny krok – układanie do w/w pytania w celu określenia niewiadomej
- Możliwe pomyłki przy doborze danych i stawianiu pytań
- Prosta, mechaniczna, trudna w rozwiązywaniu zadań bardziej złożonych

Metoda czynnościowa – M.Cackowska

- Konstruowanie przedmiotowego lub obrazkowego modelu
- Realne wykonywanie czynności
- Żetony, przedmioty
- Rysunki
- Symulowanie problemów matematycznych na schematach (oś, grafy…)

Inscenizowanie fabuły zadania – H.Zalewska

- Rozwija spostrzegawczość,
- Dziecko wciela się w zadaniowego bohatera,
- Czynności fizyczne, werbalne, umysłowe
- Pozytywne emocje

Rozwiązywanie według schematu konatywnego

- Metoda prób i błędów
- Poszukiwanie rozwiązania z pominięciem sposobu
- Zgadywanie, ale poprawne gdy szybko prowadzi do celu, odp poprawnej
- Rozwiązujący nie dostrzega struktury zadania
- 3 drogi postępowania w tym schemacie:

a) Zgadywanie i nie sprawdzanie wyniku
b) Zgadywanie wyniku i sprawdzenie
c) Zgadywanie wyniku i sprawdzenie poprawności rozwiązania

Stosowanie schematu konatywnego

- Nieodpowiednia, gdy uczeń nie bierze pod uwagę zależności pomiędzy danymi i szukanymi
- Odpowiednia, gdy biorą pod uwagę te zależności i sprawdzają wynik
- Stosowana w życiowych zadaniach

Rozwiązywanie według schematu heurystycznego – G.Polya

- Swoboda w wyborze sposobu rozwiązania
- Uczeń odkrywa, poszukuje rozwiązań
- 5 operacji =etapów rozwiązywania

a) Zrozumienie treści
b) Układanie planu rozwiązania
c) Wykonanie planu
d) Sprawdzanie wyniku
e) Refleksja nad rozwiązaniem

Przyczyny trudności

- Brak uwzględniania wiedzy osobistej
- Metody rozwiązywania - jedynie synteza, zadania złożone dzielone na cząstki
- Schematyzm w jakości zadań rozwiązywanych jako kolejne
- Schematyzm w rodzajach zadań (tylko standardowe)
- Zamknięta konstrukcja zadań szkolnych

(w zadaniach życiowych można dopytać)

- Zadania szkolne – chłodne pod względem emocjonalnym w przeciwieństwie do ciepłych zadań życiowych
- Zadania szkolne – rozwiązywane zgodnie z „życzeniem i sposobem” nauczyciela, życiowe – w sposób dostosowany do własnych możliwości

- Brak umiejętności dostrzegania zależności pomiędzy danymi (podstawa rozwiązania)
- Brak umiejętności czytania ze zrozumieniem
- Słaba pamięć (krótkotrwała, słuchowa)

Trudności tkwiące w konstrukcji zadania

- Ciekawa „historyjka”, nie odczuwa potrzeby liczenia, zgaduje wynik
- Długi tekst wymagający skupienia , wrażliwości i pamięci słuchowej
- Emocje towarzyszące tekstom (przeżycia podobne do tych z zadania przywołują wspomnienia)
- Tekst niezrozumiały, niedopowiedzenia, niezgodny z doświadczeniem życiowym

Trudności wynikające ze specyfiki dziecięcego rozumowania

- Konieczność dopasowania się do zadania, dzieci na odwrót – dopasowują zadanie do swoich możliwości
- Brak rozumowania operacyjnego na poziomie konkretnym (ok. 30 % 7-latków) – trudność w znalezieniu danych, zbudowaniu formuły matematycznej

Trudności wynikające z niskiej odporności na trudne sytuacje

- Wzrost emocji i napięcia : mobilizacja do rozwiązania lub unikania - mobilizacja sił do obrony przed koniecznością pokonania trudności :

a) Przepisanie rozwiązania
b) Naśladowanie innych
c) Brak działania, wyczekiwanie na koniec
d) Podejmowanie innych czynności
e) „zły” samopoczucie, ucieczka w chorobę

Trudności wynikające z nieharmonijnego rozwoju psychomotorycznego

- Niski poziom koordynacji wzrokowo-słuchowo-ruchowej
- Trudności w czytaniu, pisaniu, rysowaniu
- Trudności w spostrzeganiu, rozpoznawaniu rysunku, schematu

Trudności związane z procesem nauczania

- „inne” rozumowanie niż dorosłego, „dziwne” :

Rozdziel 18 na 3 równe części

Rozwiązanie : 555 + 111 =18

5+5+5=15

15+1+1+1=18

5+1=6

- Niski poziom doświadczeń dziecka w stosunku do treści zadania
- Obcy język , zawiła treść

„Prywatne sposoby” liczenia

- Zdolności arytmetyczne : naturalne zdolności człowieka
- 87 + 15 = ? Jak policzysz ?
- Szukanie dogodnych dla siebie sposobów obliczeń

Rozwiązywanie przez „ wgląd”

- Całościowe podchodzenie do rozwiązywania
- Nie rozbijanie zadania na części, tworzenia algorytmu
- Ujmowanie stosunków pomiędzy elementami
- Moment „ olśnienia”

Wskazania dla nauczyciela

- Nawiąż kontakt z dzieckiem, poznaj je, jego doświadczenia
- Dostrzegaj najdrobniejsze sukcesy
- Wyjaśniaj zwroty, opowiadaj treść zadania
- Nie narzucaj sposobów rozwiązania, sztywnych schematów zapisu
- Słowa wspieraj gestami, rysunkami, modelami
- Zadanie traktuj jako całość
- Bądź elastyczny w działaniu, szukaj nowych, lepszych , łatwiejszych sposobów rozwiązywania : pytaj , co dla ciebie ważne w zadaniu, narysuj, ułóż
- Dla ucznia prawo korzystania z różnych metod, a nie obowiązek ich stosowania

Zadanie – przemienność mnożenia

- Na jednym stoliku w trzech wazonach Marta ułożyła po pięć kwiatów, a na drugim stoliku w pięciu wazonach po trzy kwiaty. Ile kwiatów stało na każdym stoliku?

Odczytanie, wyróżnienie danych i pytania, rysunek, co obliczamy i jak, ujęcie w jednym zapisie,

Moroz : utwierdzenie w błędnym przekonaniu, że dla wykazania prawdziwości twierdzenia wystarczy je sprawdzić na kilku przykładach

- Mama kupiła pudełko z bombkami (narysowane prostokąty z sieci 12 kwadratów 3x4, 4x3). Poprosiła, aby dzieci je policzyły. Ewa liczyła tak – pokaz, Adam liczył tak – pokaz. Kto liczył dobrze?
- Prezentacja przemienności, zapoznanie z terminem , a nie odkrywanie. Dowód = rysunek dwóch prostokatów

- Rysunek czekolady 15 prostokątów (3x5)

Na jakie sposoby możemy policzyć ile jest kostek?

Notowanie każdego sposobu :

3+3+3+3+3=15, 5+5+5=15, 5x3=15, 3x5=15

Podkreślenie wielości dobrych metod , obserwacja i wnioskowanie – co szybsze, co zauważamy

Zasady postępowania terapeutycznego

- Stopniowania trudności (konieczna diagnoza, poznanie dziecka, możliwości, środowiska)
- Akceptacji ucznia (prawo do błędu)
- Współpracy z rodzicami (ciągłość)
- Indywidualizacja pracy
- Zapewnienie warunków do wykonania zadania
- Od łatwych do trudniejszych
- Różnorodne metody
- Stosowanie wzmocnień i motywacja

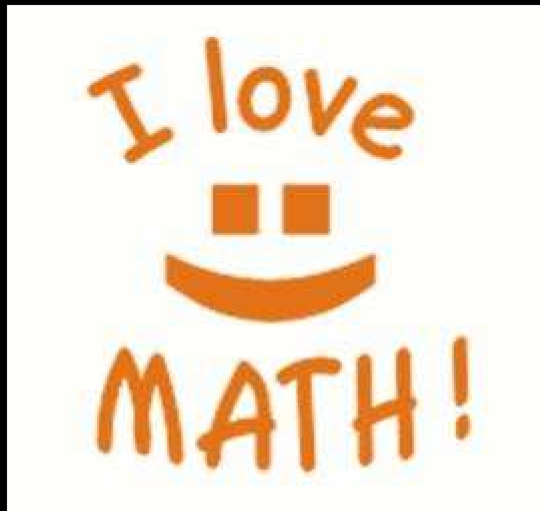
Wskaźniki (selekcyjne badania psychologiczne)

- WFDR (wskaźnik fragmentarycznego deficytu rozwojowego) Halina Spionek
- WFDR =wiek opóźnienie/ wiek życia
- Badania np. percepcji wzrokowej
- WFDR > O,3 konieczność pracy terapeutycznej
- IM = wiek matematyczny/wiek życia x 100
- IM < 70-75 deficyt
- IM – iloraz matematyczny (Kość)

Przyczyny niepowodzeń

- Niska sprawność intelektualna (inteligencja niższa niż przeciętna, upośledzenie umysłowe)
- Zaniedbanie środowiskowe, dydaktyczne
- Wady zmysłów (wzroku, słuchu)
- Schorzenia neurologiczne (mózgowe porażenie dziecięce, epilepsja)
- Dyskalkulia rozwojowa

Zbiory


I love
MATH!

- Teoria mnogości, zwana również teorią zbiorów to dział matematyki (a zarazem i logiki matematycznej).
- Twórcą teorii mnogości był niemiecki matematyk **Georg Cantor**. Oprócz niego wielkie zasługi w rozwoju teorii mnogości położyli matematycy - **Wacław Sierpiński**, **Alfred Tarski** i **Ernst Zermelo**. Zermelo ok. 1910 r. zaksjomatyzował teorię mnogości.

Pojęcie zbioru

- Dla oznaczenia pewnej kolekcji
- Brak definicji – pojęcie pierwotne
- Za ich pomocą definiujemy inne pojęcia
- Elementy zbioru :

a) przedmioty konkretne

b) abstrakcyjne

- Zbiory :

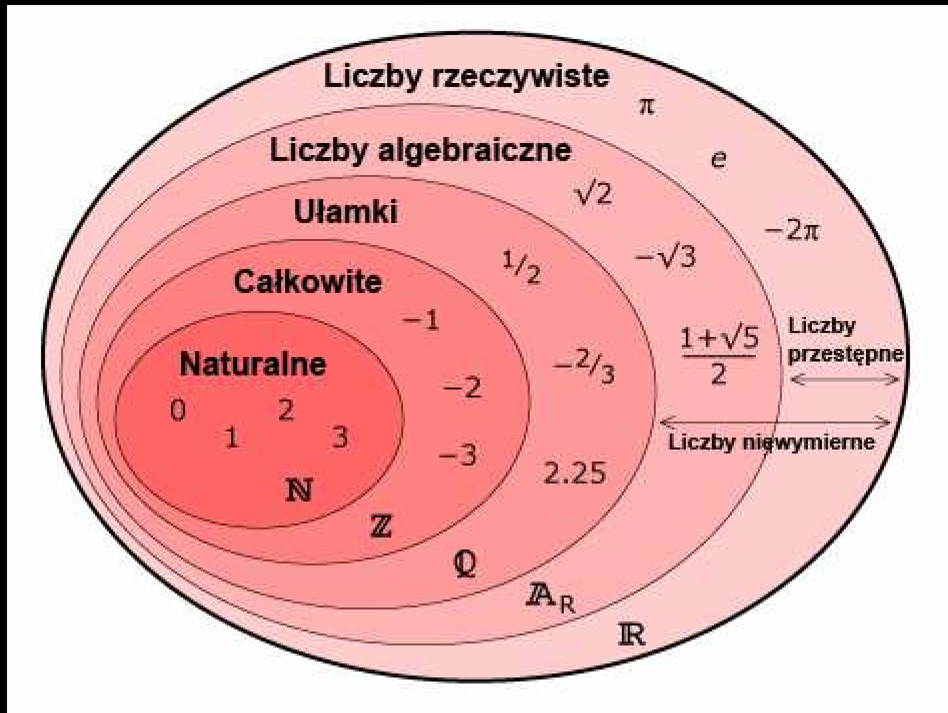
a) skończone

b) nieskończone

Określenie zbioru

1. przez podanie warunku
2. przez wyliczenie elementów

Uwaga na nieprecyzyjne określenia


Liczby rzeczywiste
π
Liczby algebraiczne
e
√2
Ułamki
−2π
−√3
1/2
Całkowite
−1
1+√5 / 2
Liczby przestępne
Naturalne
−2/3
−2
0
2
1
3
Liczby niewymierne
−3
2.25
ℕ
ℤ
ℚ
𝔸R
ℝ

Symbole oznaczające zbiory

- Oznaczenie : wielka litera alfabetu A,B,C
- Element zbioru : mała litera alfabetu a,b,c

- Fakt, że element a należy do zbioru A zapisujemy $\mathbf{a} \in \mathbf{A}$.

Zbiór zawierający skończenie wiele elementów nazywa się **zbiorem skończonym**.

Zbiór, który nie jest skończony nazywamy **zbiorem nieskończonym**.

Równość, równoliczność zbiorów

Dwa zbiory są równe gdy mają te same elementy.

Dwa zbiory są równoliczne gdy mają tyle samo elementów.

Równoliczność - ustalanie

- Dwa sposoby :

- 1. przeliczyć elementy
- 2. połączyć w pary elementy jednego i drugiego zbioru

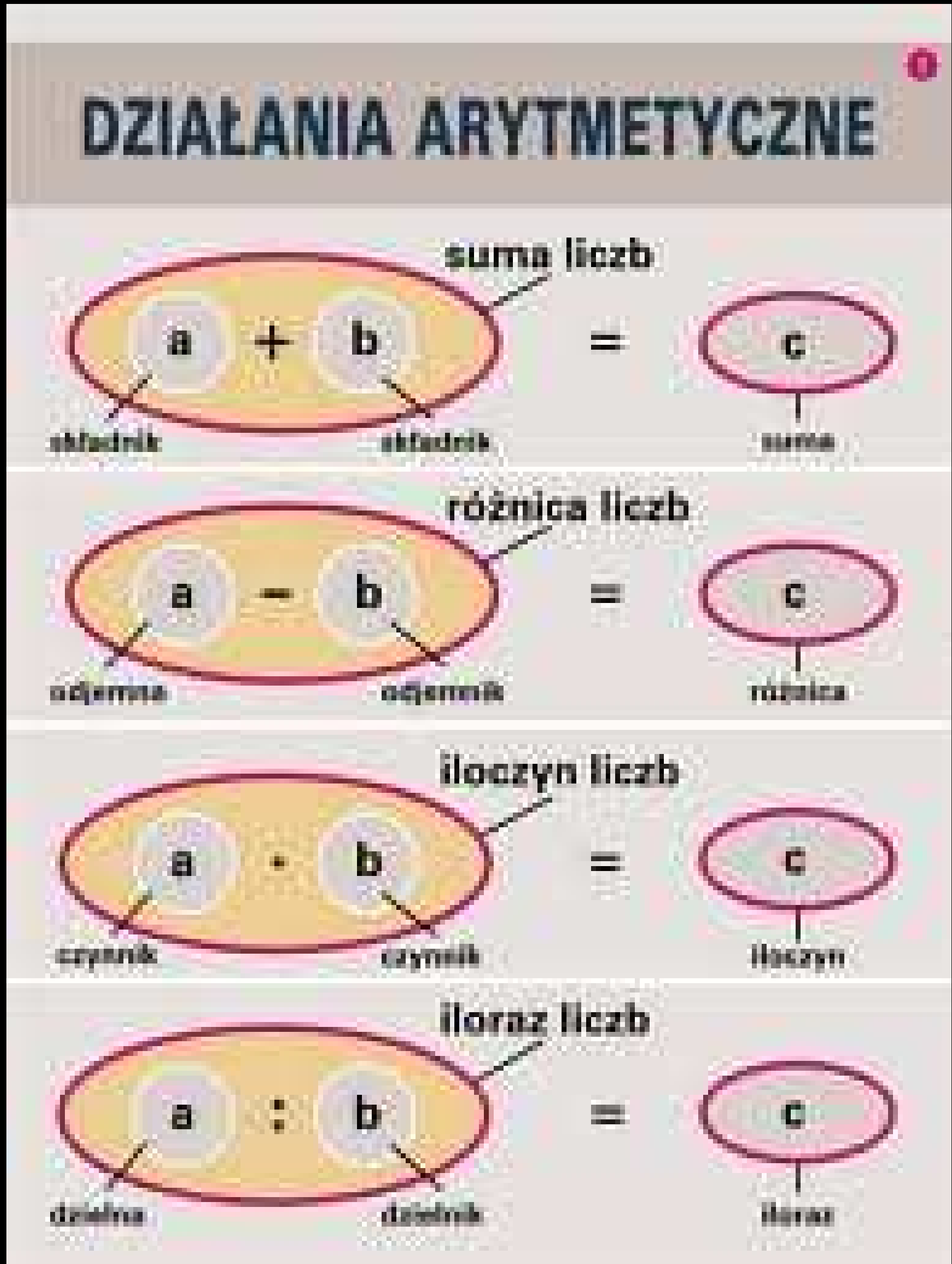
Zbiór pusty

Zbiór , który ma 0 elementów

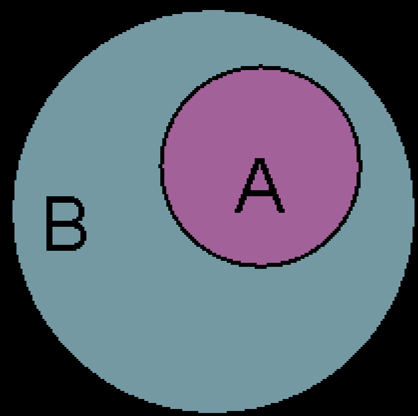
Symbol : Ø

Podzbiory

- Zbiór B jest podzbiorem zbioru A , jeżeli każdy element zbioru B należy również do zbioru A


DZIAŁANIA ARYTMETYCZNE
suma liczb
a + b = c
składnik
składnik
suma
różnica liczb
a − b = c
odjemna
odjemnik
różnica
iloczyn liczb
a · b = c
czynnik
czynnik
iloczyn
iloraz liczb
a : b = c
dzielna
dzielnik
iloraz

m

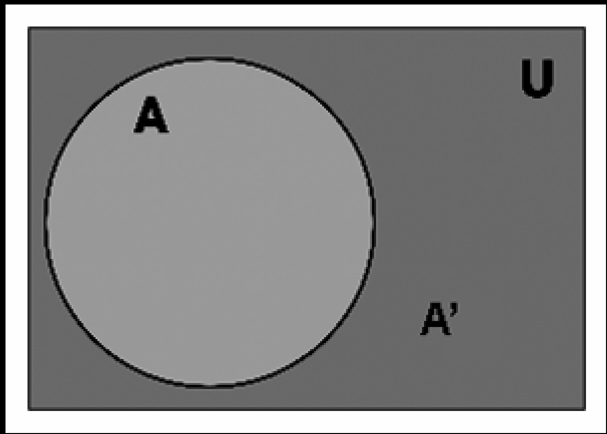


Dopełnienie zbioru

- Dopełnieniem zbioru **A** w przestrzeni **U** nazywamy zbiór tych elementów przestrzeni **U**, które nie należą do zbioru **A**. Inaczej - dopełnienie nzbioru **A** to będzie wszystko to co nie należy do **A**. Dopełnienie zbioru **A** oznaczamy jako **A'**. Dopełnienie zapisujemy symbolicznie tak:

$$A' = \{x : x \in U \wedge x \notin A\}$$

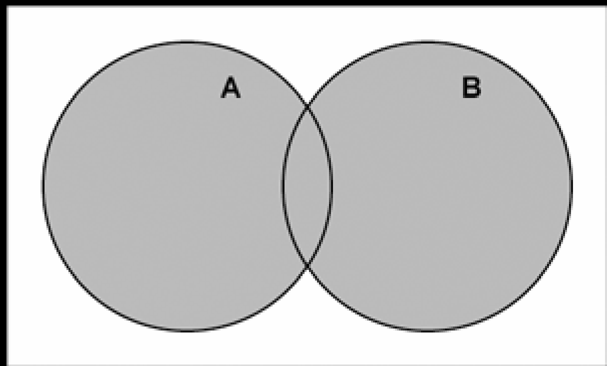
Dopełnienie



Suma zbiorów

- Suma zbiorów **A** i **B** jest to zbiór elementów należących do zbioru **A** lub do zbioru **B** i tylko do tych zbiorów. Sumę zbiorów nazywamy czasem ich złączeniem (ang. *union*). W istocie suma to po prostu obydwa zbiory połączone w jeden. Sumę zapisujemy symbolicznie tak:

$$A \cup B = \{x : x \in A \vee x \in B\}$$

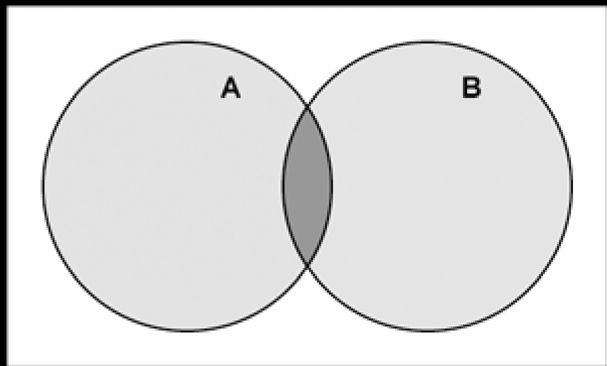

A
B

Wspólna część, iloczyn zbiorów

- Iloczyn zbiorów **A** i **B** jest to zbiór elementów należących jednocześnie do zbioru **A** i do zbioru **B**. Iloczyn określamy często częścią wspólną zbiorów, bo jest nią w istocie. Iloczyn zapisujemy symbolicznie tak:

Wspólna część

$$A \cap B = \{x : x \in A \wedge x \in B\}$$

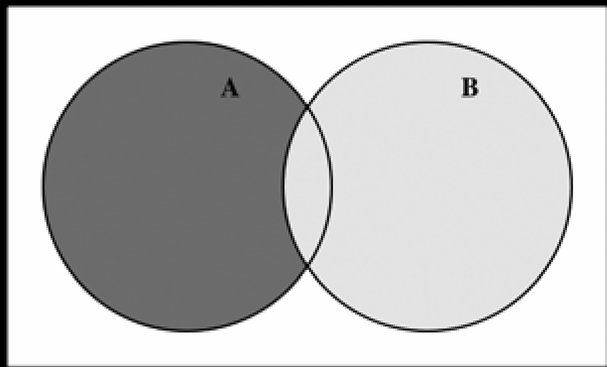

A
B

Różnica zbiorów

- Różnica zbiorów **A** i **B** jest to zbiór elementów należących do zbioru **A** ale nie należących do zbioru **B**. Mówiąc kolokwialnie ze zbioru **A** "wyrzucamy" wszystko co nie należy do **B**. Różnicę zapisujemy symbolicznie tak:

Różnica zbiorów

$$A \setminus B = \{x : x \in A \wedge x \notin B\}$$


A
B

Klocki logiczne

Dienesa :

Komplet 48 (najczęściej plastikowych)

4 kształty : koło, trójkąt równoboczny , kwadrat, prostokąt

3 kolory : niebieski, żółty, czerwony

2 grubości : cienkie, grube

2 wielkości : małe, duże

Klocki logiczne

Moroza :

Komplet 48 (najczęściej plastikowych)

3 kształty : koło, trójkąt prostokątny, prostokąt

4 kolory : niebieski, żółty, czerwony, zielony

2 grubości : cienkie, grube

2 wielkości : małe, duże

Zestawy logiczne

- Zestawy sztuczne (klocki)
- Zestawy naturalne, przedmioty z życia codziennego
- Karty z obrazkami

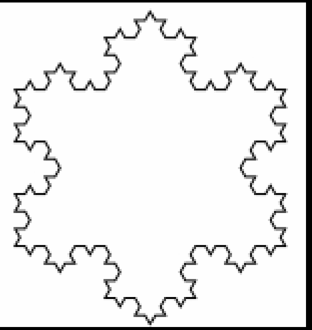
Karty logiczne

- Zestaw "koty" zawiera 18 kart i 8 etykiet. Karty tego zestawu można klasyfikować ze względu na cechy:
  - kolor kota - szary, czarny, rudy;
  - pora dnia - dzień i noc;
  - pozycja kota - stoi na płocie, siedzi na płocie, siedzi pod płotem.

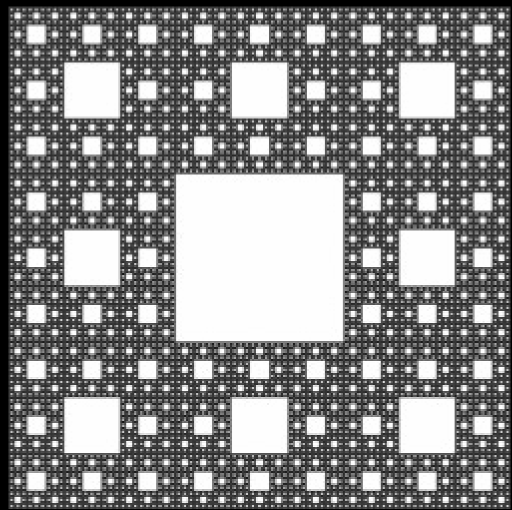
- Zestaw figury geometryczne składa się z 18 kart i 9 etykiet. Karty klasyfikuje się ze względu na:
  - kolor koła - czerwony, zielony, niebieski;
  - kolor trójkąta - przy danym kolorze koła trójkąt pomalowany jest na jeden z dwóch pozostałych kolorów;
  - wzajemne położenie figur - trójkąt wpisany w koło, częściowo zachodzący na koło i rozłączony z kołem;

- Zestaw "linie" składa się z 24 kart i 9 etykiet. Rysunki linii można klasyfikować ze względu na:
  - kolor tła - zielony, czarny, niebieski;
  - linia jest gładka lub łamana;
  - linia jest zamknięta lub niezamknięta;
  - linia jest z węzłem lub bez węzła;

Krzywa Kocha



Dywan Sierpińskiego



Liczba 9

- Liczba szczęśliwa
- Odtwarzająca się :

9x2= 18 (1+8=9)

9x3= 27 (2+7=9)

9x4=36 (3+6=9)

9x5=45 (4+5=9)………. 9x9=81 (8+1=9)

- W bajkach i magii często się nią posługiwano

Liczba 10

- Suma pierwszych czterech liczb : 1+2+3+4=10
- Liczba święta
- Suma placów u rąk, nóg
- Liczymy do dziesięciu – gdy chcemy się uspokoić
- 10 przykazań
- 10 zasad

Liczba 11

- Symbol nadmiaru, przesady, nieporządku, grzechu
- Przekroczenie 10 przykazań

Liczba 12

- Liczba szczęśliwa, święta
- Rok ma 12 miesięcy
- 12 apostołów
- 12 znaków zodiaku
- Rzymski kodeks praw = 12 tablic z brązu

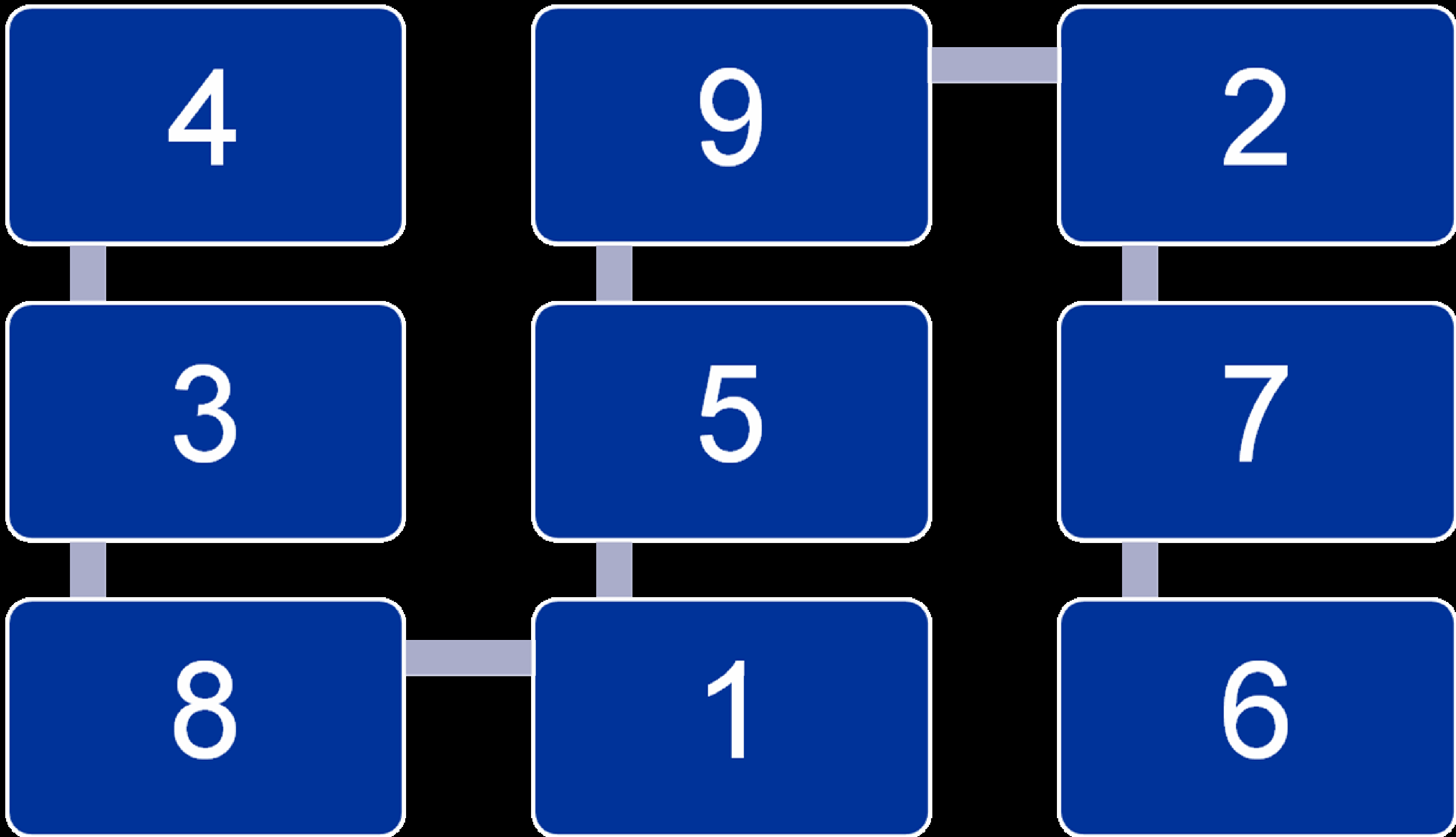
Liczba 13

- Symbol katastrofy
- Liczba pechowa, złowróżbna
- W magii 13 demonów, w sabatach 12 czarownic + 1 diabeł = 13
- W hotelach unika się oznaczenia pokoju nr 13
- Marynarze niechętnie wypływają w rejs 13

Magiczny kwadrat

- Chronił od złych mocy i chorób
- Dziewięć pól z wpisanymi liczbami, które dodawane we wszystkich kierunkach dają taką samą liczbę

Kwadrat „15”



Liczby pierwsze

Liczbę naturalną, która ma dokładnie dwa dzielniki, nazywamy liczbą pierwsza. Liczb pierwszych jest nieskończenie wiele. Znajdowanie ich nie jest jednak łatwe. Od pewnego czasu używa się do tego komputerów. Największa znana dziś liczba pierwsza została odkryta w lipcu 2004 roku (Findley, Woltman, Kurowski) ma postać 224036583-1. Ma ona aż 7 milionów 235 tysiące 733 cyfr.

Liczby bliźniacze

Dwie liczby pierwsze różniące się o 2 to liczby bliźniacze. Przykładami par liczb bliźniaczych są: 3 i 5 ; 5 i 7; 11 i 13 ; 17 i 19. Nie wiadomo do chwili obecnej, czy istnieje nieskończenie wiele par liczb bliźniaczych.

Liczby doskonałe

Liczbę naturalną nazywamy doskonałą, gdy jest sumą wszystkich swoich dzielników właściwych. Przykładem takich liczb są 6, 28, 496, ponieważ dzielniki właściwe tych liczb (dzielnik właściwy liczby to każdy dzielnik mniejszy od tej liczby) to:

- Dotychczas znaleziono tylko 39 liczb doskonałych. Starożytni Grecy przypisywali liczbie 6 szczególne znaczenie. Wcześni komentatorzy Biblii upatrywali doskonałości liczb 6 i 28 specjalnego sensu.

Liczby palindromiczne

- Liczbę naturalną, którą czyta się tak samo od początku i od końca nazywamy palindromem. Przykłady liczb palindromicznych: 55, 494, 30703, 414, 5115...

Liczby lustrzane

Liczby lustrzane to takie dwie liczby, które są lustrzanym odbiciem, np.: 125 i 521, 68 i 86, 3245 i 5423, 17 i 71. Jeżeli napiszemy dowolną liczbę i jej lustrzane odbicie , np.1221, to tak otrzymana liczba jest podzielna przez 11. 1221:11=192.

Nazwy „wielkich liczb”

- liczba N USA (polski)
  10 = dziesięć
  100 = sto
  1000 = tysiąc
  10^6 = milion
  10^9 = bilion (miliard)
  10^12 = trylion (bilion)
  10^15 = kwintylion (trylion)
  10^21 kwadrylion (biliard)
  10^18 = = sekstylion (tryliard)
  10^24 = septylion (kwadrylion)

  (1) Taki system obowiązuje w Polsce
  (2)W nawiasach są podane polskie odpowiedniki, gdy różnią się od nazw systemu amerykańskiego

Aspekty liczby naturalnej

- Kardynalny – ile?
- Porządkowy – który z kolei?
- Miarowy – liczba =miara
- Symboliczny – liczba „Pi”
- Kodowy (nr telefonu, nr rejestracyjny pojazdu, liczba nie ma wartości)
- Algebraiczny : a + b= c

Geometria

Cele nauczania geometrii

- Rozwój wyobraźni
- Rozwój myślenia (analizowanie, porównywanie, przewidywanie…)

Fazy kształtowania pojęć

- I faza : obiekty geometryczne jako całość
- II faza : obiekty geometryczne składające się z części (i własności)
- III faza : relacje pomiędzy własnościami figury

Rodzaje pojęć geometrycznych

- Pojęcia, których kształtowanie obejmuje kilka etapów (prymitywna schematyzacja – poprawna definicja)
- Pojęcia, które nie są ściśle definiowane (intuicyjne opis)

Kształtowanie pojęcia na podstawie znajomości zewnętrznych cech przedmiotu

a) Zestawienie danego przedmiotu z innymi
b) Wyszukiwanie cech wspólnych
c) Wyszukiwanie cech różniących
d) Określanie danego pojęcia na podstawie znajomości jego cech
e) Zastosowanie danego pojęcia w nowych sytuacjach

Pojęcia - przykłady

- Figura geometryczna : kwadrat, koło, prostokąt, kwadrat, odcinek, prosta….
- Relacja: prostopadłość, równoległość
- Obwód

Środki dydaktyczne

- geoplan
- klocki logiczne Dienesa
- patyczki logiczne
- karty logiczne
- klocki Cuisenair'a
- mozaiki geometryczne
- modele figur i brył

Środki dydaktyczne c.d.

- plansze gier
- pieczątki z figurami
- przybory do kreślenia
- miara metrowa, krawiecka
- programy komputerowe : Dynamic Geometry Software – np.: Cabri i

Rysunki i modele w kształtowaniu pojęć geometrycznych

- oparcia w **konkrecie – konieczne**
- **c**zynności związane z rysowaniem, budowaniem i manipulowaniem stanowią ważny etap wstępny do tworzenia abstrakcyjnych pojęć geometrycznych w umyśle ucznia.

Sposób przedstawiania figur

- ilustrowanie tego samego w rozmaitych położeniach i nietypowych przykładach
- Sposób (konwencjonalny i niekonwencjonalny) przedstawiania figur nieograniczonych (np. prosta)
- stosowanie zasady kontrastowania - pokazywanie przykładów i kontrprzykładów.

Orientacja w przestrzeni - etapy

I Orientacja w schemacie własnego ciała

II Dostrzeganie relacji pomiędzy obserwatorem a przedmiotami, pomiędzy przedmiotami w przestrzeni

III Umiejętność przyjmowania punktu widzenia drugiej osoby

E.Gruszczyk-Kolczyńska, Dziecięca matematyka

Nauczanie czynnościowe

- Zofia Krygowska : postępowanie dydaktyczne uwzględniające operatywny charakter matematyki (operacje umysłowe) i psychologiczny proces interioryzacji prowadzący od czynności konkretnych do operacji abstrakcyjnych
- Poziomy : enaktywny, ikoniczny, symboliczny (J.Bruner)

Proces interioryzacji – rodzaje czynności

- Czynności manipulacyjno-ruchowe z użyciem rzeczywistych przedmiotów
- Czynności manipulacyjno-ruchowe z użyciem zastępników rzeczywistych przedmiotów (liczmany)
- Czynności umowne - środki graficzne : drzewka, os liczbowa, tabele wykresy
- Czynności werbalne z wykorzystaniem doświadczeń i obserwacji